**Ημερομηνία: 29/9/18**

**Τμήμα: ΓΘ,Γ1,Γ3**

**Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ κ.**

**Καθηγητής : ΚΑΡΛΗΣ**

**Ονοματεπώνυμο μαθητή:**



ΘΕΜΑ Α.

Α1. Να αποδείξετε ότι = , x>0

-Μονάδες 7-

Α2.Πότε μία συνάρτηση f θα λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη σε ένα κλειστό διάστημα [α,β] του πεδίου ορισμού της;

-Μονάδες 4-

Α3.Πότε μία συνάρτηση f:A R λέγεται συνάρτηση 1-1;

-Μονάδες 4-

Α4.Ερωτήσεις σωστού (Σ) ή λάθους (Λ).

α. Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής στο xo, τότε είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.

Σ / Λ

β. Αν =  ή  , τότε ισχύει  =0

Σ / Λ

γ. Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σ’αυτό, τότε η f διατηρεί πρόσημο στο Δ.

Σ / Λ

δ. Ισχύει 

Σ / Λ

ε. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής και γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα (α,β) , τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (Β,Α) , όπου

Α= και Β=

Σ / Λ

ΘΕΜΑ Β.

Δίνεται η συνάρτηση f(x)=3+.

Β1. Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ=[-1,+) και να βρείτε το σύνολο των τιμών της.

-Μονάδες 5-

Β2.Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x)=2019 έχει μία ακριβώς ρίζα στο διάστημα Δ.

-Μονάδες 5-

Β3.Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε τον τύπο της f-1.

-Μονάδες 5-

Β4.Να βρείτε τα κοινά σημεία της Cf-1  με την ευθεία y=x.

-Μονάδες 5-

Β5.Δείξτε ότι η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο σημείο xo=-1.

-Μονάδες 5-

ΘΕΜΑ Γ.

Γ1.Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο xo=1,να αποδείξετε ότι:

α. 

-Μονάδες 3-

β.

-Μονάδες 4-

γ. Αν επιπλέον f(1)=0, τότε 

-Μονάδες 5-

Γ2.Θεωρούμε τη συνάρτηση f(x)=ημx.

α. Να βρείτε τις εφαπτομένες ε1 και ε2 της Cf στα σημεία Ο(0,0) και Β(π,0)

-Μονάδες 8-

β. Βρείτε το σημείο τομής Α των ευθειών ε1 και ε2 και στη συνέχεια το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΒ.

-Μονάδες 5-

ΘΕΜΑ Δ.

Δ1.Είναι γνωστό ότι για κάθε xεR ισχύει .

α. Πότε ισχύει το ίσον;

-Μονάδες 2-

β. Να δείξετε ότι ημx-x<0 για κάθε xε(0,+).

-Μονάδες 4-

Δ2. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα Δ=[0,+) και ισχύει f2(x) =x2+1-2xημx-συν2x για κάθε x 0, να αποδείξετε ότι:

α. Η f διατηρεί πρόσημο στο(0,).

-Μονάδες 6-

β. Αν επιπλέον η Cf διέρχεται από το σημείο Α(, ) τότε

f(x)=x-ημx , x0.

-Μονάδες 4-

γ. Η εφαπτομένη της Cf στο xo=0 έχει εξίσωση Υ=0.

-Μονάδες 4-

Δ3. Υπολογίστε το παρακάτω όριο:



-Μονάδες 5-